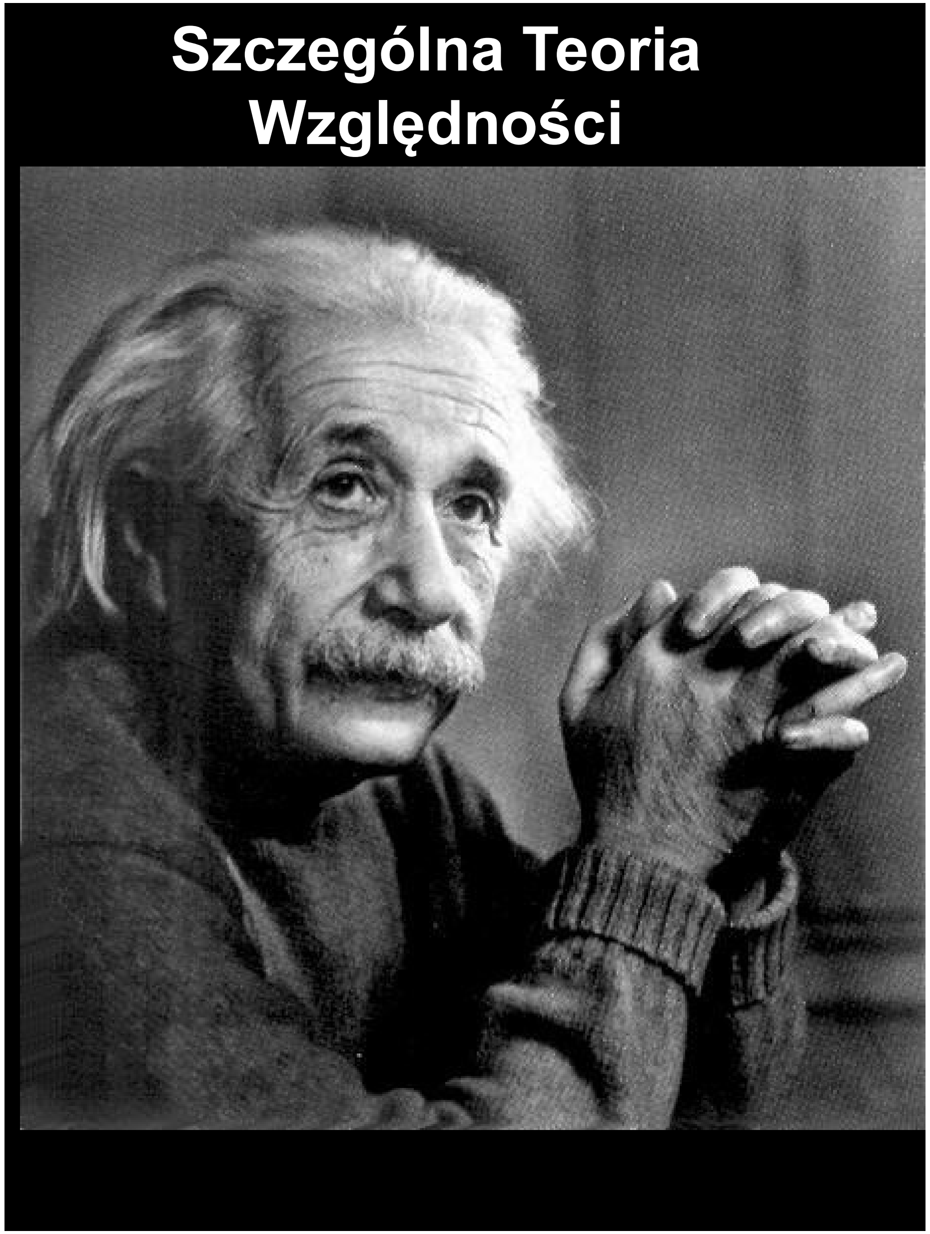


SZCZEGÓLNA I OGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI

Albert Einstein

1879 – 1955

1905 szczególna teoria względności

1915 ogólna teoria względności (teoria grawitacji)

PRZESTRZEŃ

CZAS

ŚWIATŁO

MASA

ENERGIA

Prędkość światła → kluczowa dla fundamentalnych pytań o naturę Wszechświata

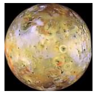
Starożytność → **c** bardzo duża lub ∞
prędkość dźwięku **v** określona

(IV w. B.C. *Arystoteles* c= ∞)

XI w. A.D. Arabowie (*Awicenna*)
c skończone

Galileusz (1638) → metoda pomiaru c : dwaj ludzie z latarniami i przesłonami

Römer (1672) → pomiar astronomiczny
anomalia ruchu księżyca Jowisza



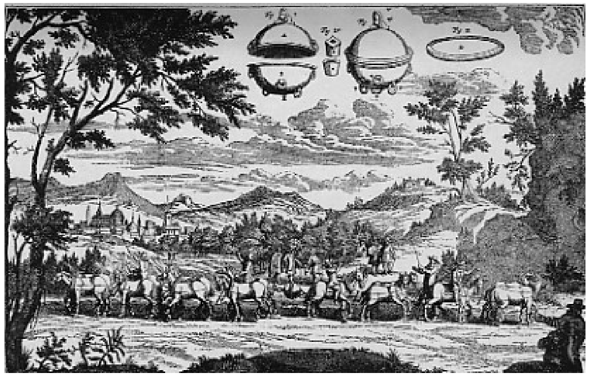
Io

Medium dla światła?

Próżnia

Otto von Guericke (1657)

→ eksperyment z kulami magdeburskimi



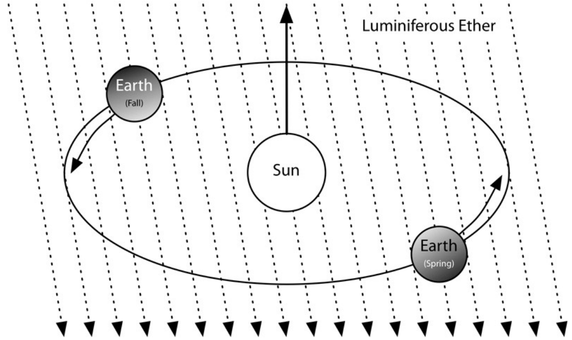
Rysunek Gaspara Schotta z artykułu relacjonującego doświadczenie *„półkule magdeburskie"*

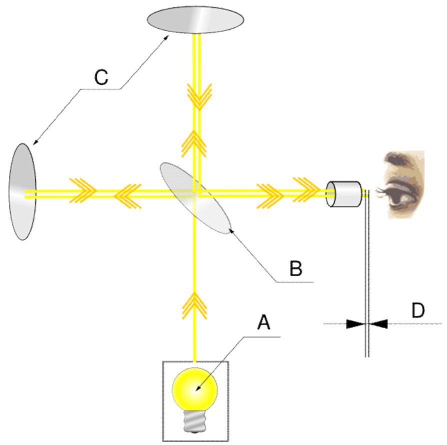
→ szklany słój

Eter → ośrodek w którym rozchodzi się światło

Jak wykryć eter?

Eksperyment Michelsona - Morleya





Eksperyment myślowy Einsteina
z lustrem

→ odrzucenie koncepcji eteru

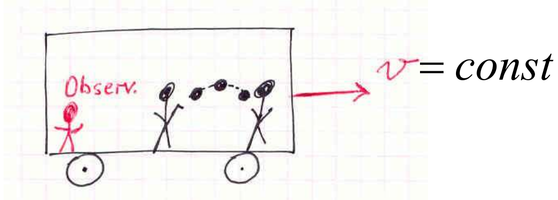
c = 300 000 km/s względem czego?

Względem obserwatora!
Bez względu na jego ruch…
Sprzeczne z intuicją

Zadziwiające konsekwencje

Czas absolutny, regularny i uniwersalny nie istnieje.
Ruch względny obserwatorów: czas jest elastyczny, rozciągliwy i osobisty..

Albert Einstein ←→ Galileusz
zasada względności ruchu



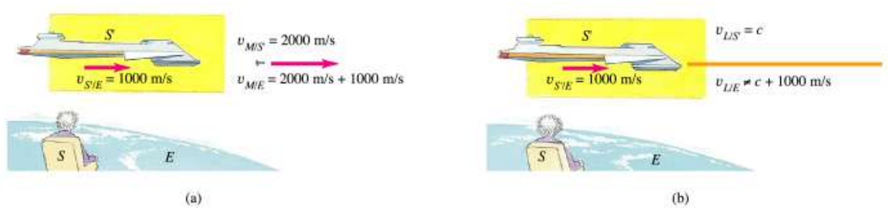
Obserwator nie jest w stanie stwierdzić, czy (i jak szybko) pociąg się porusza.

Prawa fizyki są takie same we wszystkich inercjalnych układach odniesienia.

(postulat pierwszy STW)

Postulat drugi

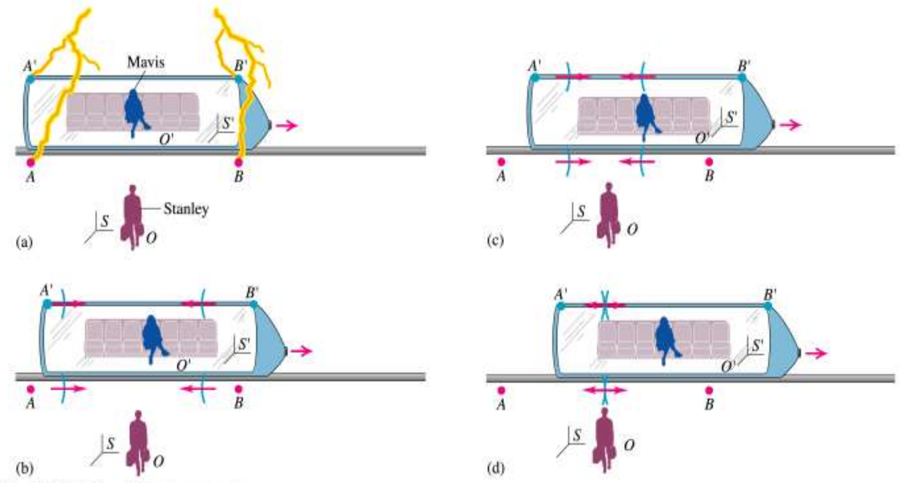
Prędkość światła w próżni jest taka sama we wszystkich inercjalnych układach odniesienia i nie zależy od ruchu źródła światła.



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Intuicja fizyczna („zdrowy rozsądek") ←→ pomiar

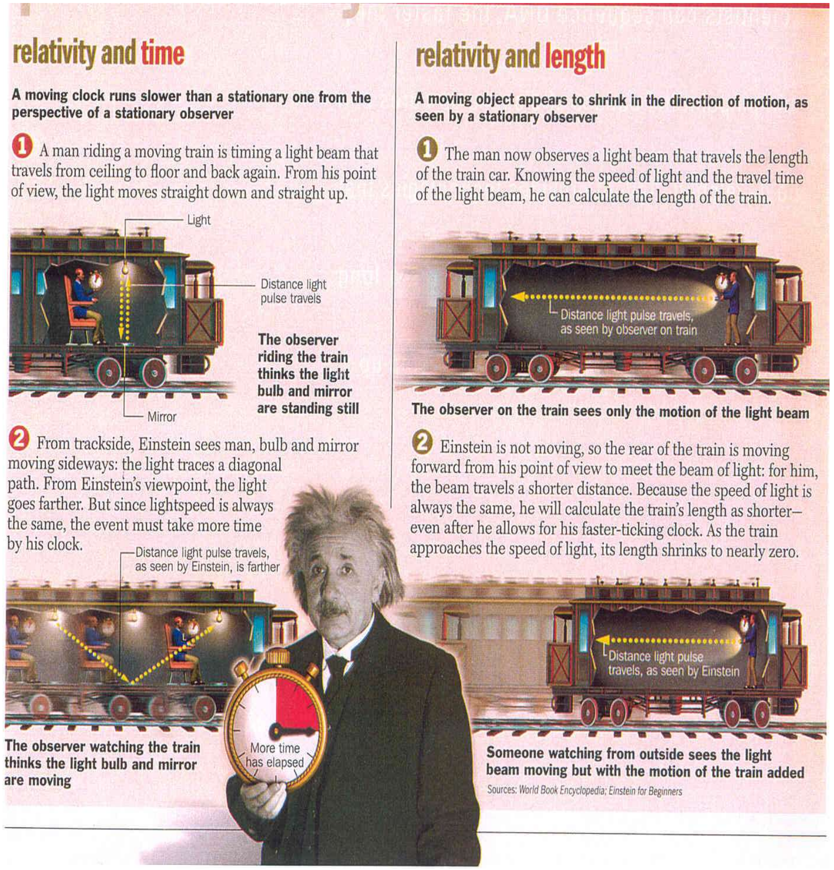
Względność jednoczesności

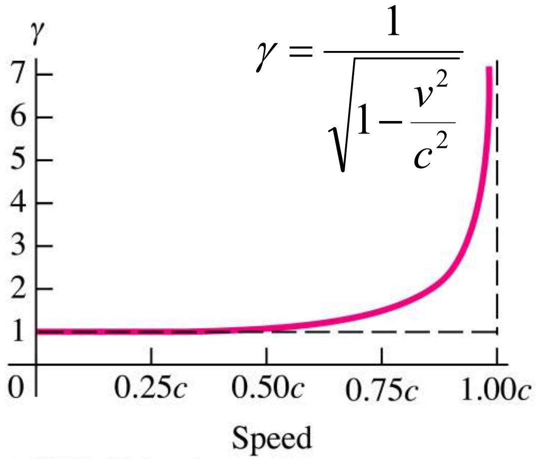


Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Dylatacja czasu

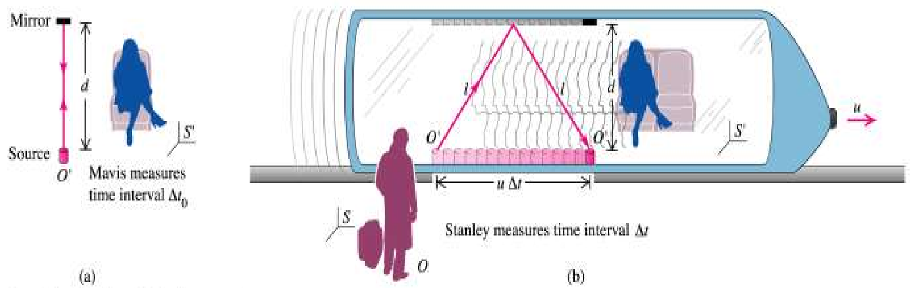
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$





Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Dylatacja czasu



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

→ Poza normalnym doświadczeniem

→ GPS

$$S': \qquad \Delta t_0 = \frac{2d}{c}$$

→ Wszystkie zegary (wszystkie procesy) : światło określa oddziaływania

$$S: \quad l = \sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2} \Rightarrow \Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$$

→ Ruch względny: dylatacja czasu

$$\Delta t = \frac{2}{c}\sqrt{\left(\frac{c\Delta t_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}}$$

Dylatacja czasu

Pomiar dylatacji czasu (1971)

zegar cezowy na pokładzie samolotu
1200 km/h, 0.0001% c; 15 godz. lotu;

J.C. Hafele and R. E. Keating, Science 177, 166 (1972)

Różnica czasu względem zegara na Ziemi: $4.7x10^{-8}$s

Rozpad mionów

Miony:
niestabilne cząstki elementarne; ładunek równy elektronowi; masa 207 razy większa.

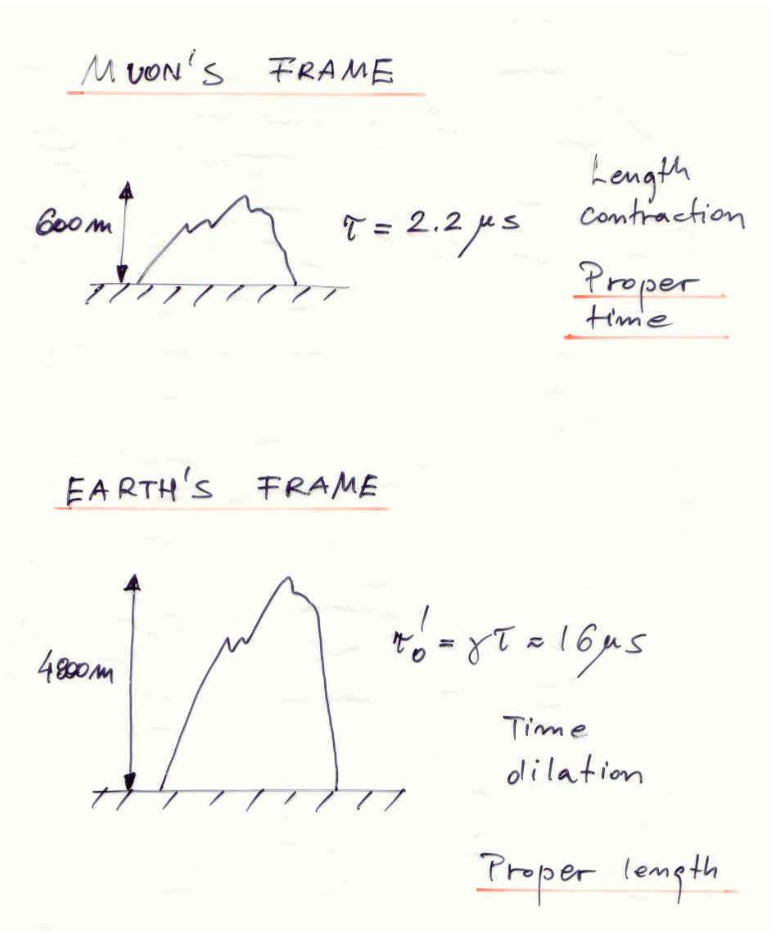
Wygenerowane w wyniku zderzeń promieniowania kosmicznego z atomami górnej atmosfery;

v=0.99c, czas życia 2.2 mikrosekund (czas własny); przed rozpadem powinny pokonać zaledwie około 600m.

A jednak docierają do gruntu!
(pokonują ok. 5km).

Wyjaśnienie: relatywistyczny efekt dylatacji czasu (kontrakcji długości)

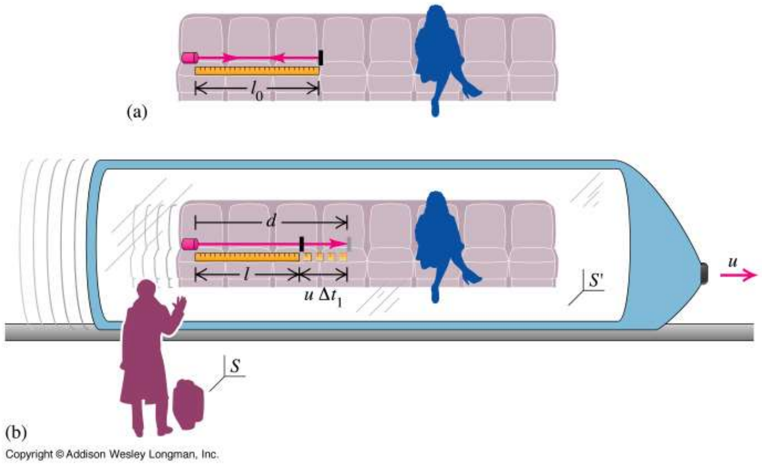
Genewa (1976) CERN v=0.9994c



Paradoks bliźniąt

Kto będzie młodszy?

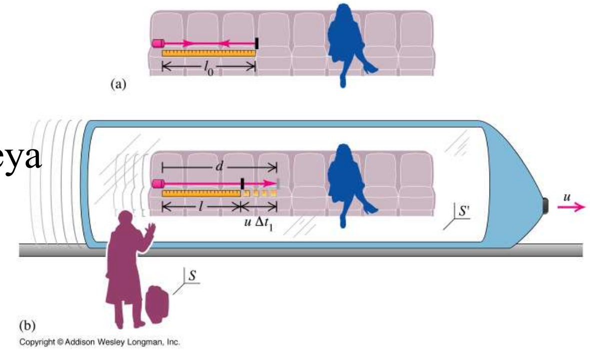
Kontrakcja długości



$$l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

l_0 =długość własna

$$S' : \Delta t_0 = \frac{2l_0}{c}$$



$S : l, \Delta t_1$ dla Stanleya

$$d = l + u\Delta t_1$$

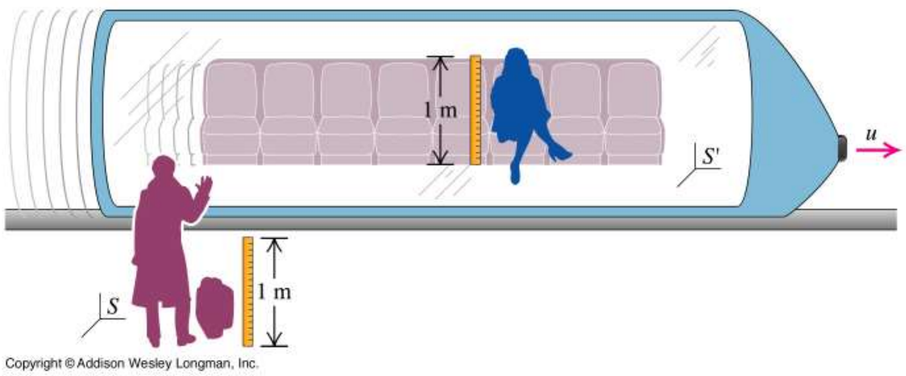
$$d = c\Delta t_1$$

$$\Delta t_1 = \frac{l}{c-u} \qquad \Delta t_2 = \frac{l}{c+u}$$

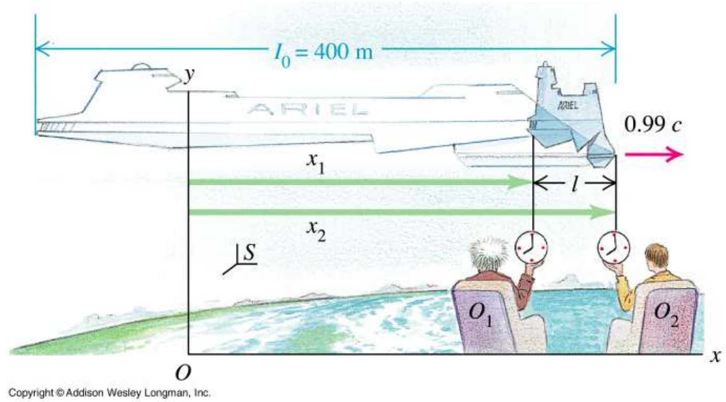
$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{l}{c+u} + \frac{l}{c-u} = \frac{2l}{c\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)}$$

$$\text{in } S' : \Delta t_0 = \frac{2l_0}{c} \quad \Rightarrow \quad \Delta t\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = \frac{2l_0}{c}$$

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$



Kontrakcja długości: przykład

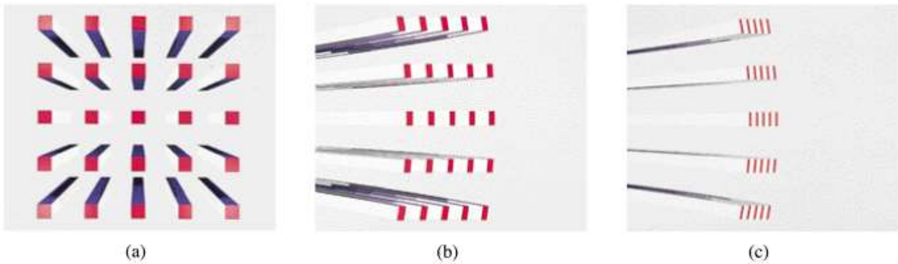


Aby określić *l* dwóch obserwatorów w *S* musi zmierzyć **równocześnie** x_1 oraz x_2 żeby poprawnie określić $l=x_2-x_1$.

Uwaga: te dwa pomiary nie wystąpią równocześnie dla obserwatora na statku kosmicznym.

$l_0 = 400\ m$ długość własna (w S')

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = (400m)\sqrt{1-(0.99)^2} = 56.4m$$



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Symulacja komputerowa

Widok prostopadle na koniec środkowego pręta

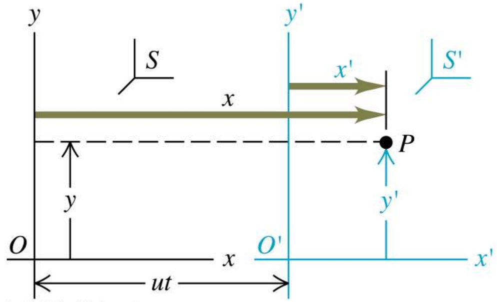
a) **W spoczynku**

b) **v = 0.2 c**

c) **v = 0.9 c;**

Zignorowany efekt zmiany kolorów!

Zasada względności Galileusza



(x, y, z) układ S: związany z Ziemią

(x', y', z') układ S’: związany z poruszającym się ciałem

$$x = x' + ut, \quad y = y', \quad z = z'$$

Zasada względności Galileusza

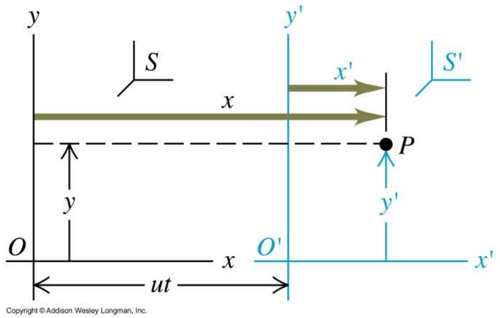
$$S: \quad v = \frac{dx}{dt} \qquad S': \quad v' = \frac{dx'}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + u$$

$$\Downarrow$$

$$v = v' + u$$

Transformacje Lorentza



$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma(x - ut)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

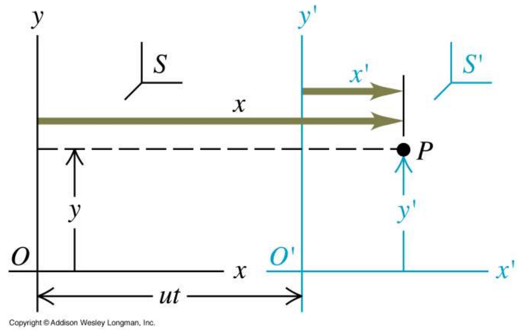
Czas i przestrzeń są wzajemnie powiązane (czasoprzestrzeń).

Nie istnieje absolutna długość i czas (które byłyby niezależne od układu odniesienia)

Relatywistyczne dodawanie prędkości

$$dx' = \gamma(dx - udt)$$

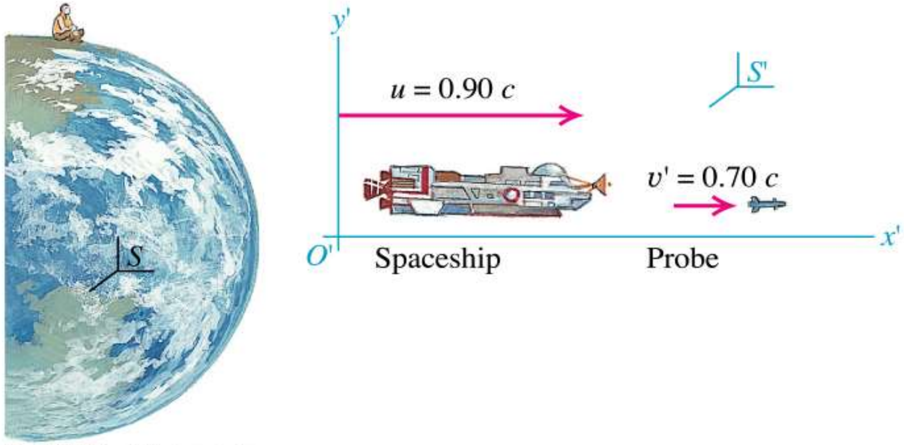
$$dt' = \gamma\left(dt - u\frac{dx}{c^2}\right)$$



$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma(dx - udt)}{\gamma(dt - u\frac{dx}{c^2})} = \frac{\frac{dx}{dt} - u}{1 - \frac{u}{c^2}\frac{dx}{dt}} \Rightarrow v' = \frac{v - u}{1 - \frac{u}{c^2}v}$$

$$v' = \frac{c - u}{1 - \frac{u}{c^2}c} = c!$$

$$v' = \frac{v-u}{1-\frac{u}{c^2}v} \qquad v = \frac{v'+u}{1+\frac{u}{c^2}v'}$$



$$v = \frac{v'+u}{1+\frac{u}{c^2}v'} = \frac{0.70c+0.90c}{1+\frac{0.90c}{c^2}(0.70c)} = 0.98c$$

Masa relatywistyczna

m masa spoczynkowa

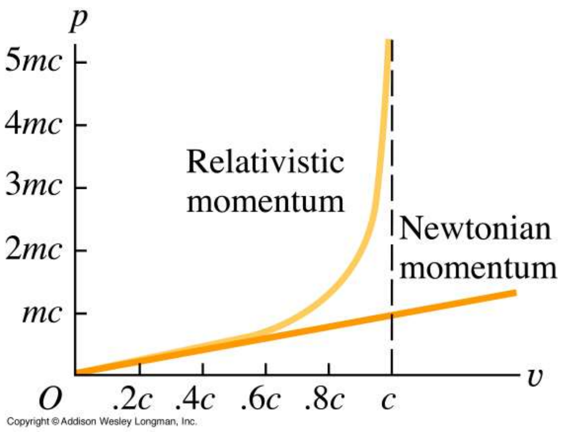
$$m_{rel} = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_{rel}\vec{v}$$

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

Pęd relatywistyczny

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$



$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Siła relatywistyczna

m masa spoczynkowa

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{ma}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \Rightarrow a = \frac{F}{m}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}$$

Stała siła nie powoduje stałego przyspieszenia!

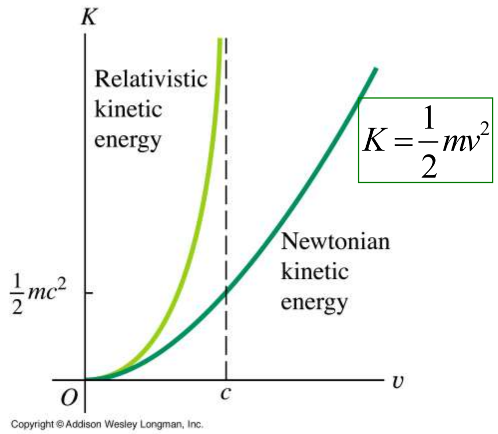
Relatywistyczna praca i energia

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{ma}{\left(1-\frac{v_x^{\,2}}{c^2}\right)^{3/2}} dx$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow \qquad adx = \frac{dv_x}{dt}dx = dx\frac{dv_x}{dt} = \frac{dx}{dt}dv_x = v_x dv_x$$

$$KE = W = \int_0^v \frac{mv_x}{\left(1-\frac{v_x^{\,2}}{c^2}\right)^{3/2}} dv_x$$

$$KE = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = (\gamma-1)mc^2$$



$$KE = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + n(n-1)\frac{x^2}{2} + \dots \qquad n = -\frac{1}{2}, \quad x = -\frac{v^2}{c^2}$$

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \dots$$

$$KE = (\gamma - 1)mc^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \underbrace{\frac{3}{8}\frac{mv^4}{c^2} + \dots}_{\text{negligible small!}}$$

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{for } v \ll c$$

Czasoprzestrzeń

Transformacje Galileusza

$x' = x + ut$, $dx/dt = v$

$y' = y$

$z' = z$

$dx'/dt' = dx/dt + u = v + u$

(zgodnie z intuicją !)

Transformacje Lorentza* :

$x' = (x + ut) / (1 - u^2/c^2)^{1/2}$

$y' = y$

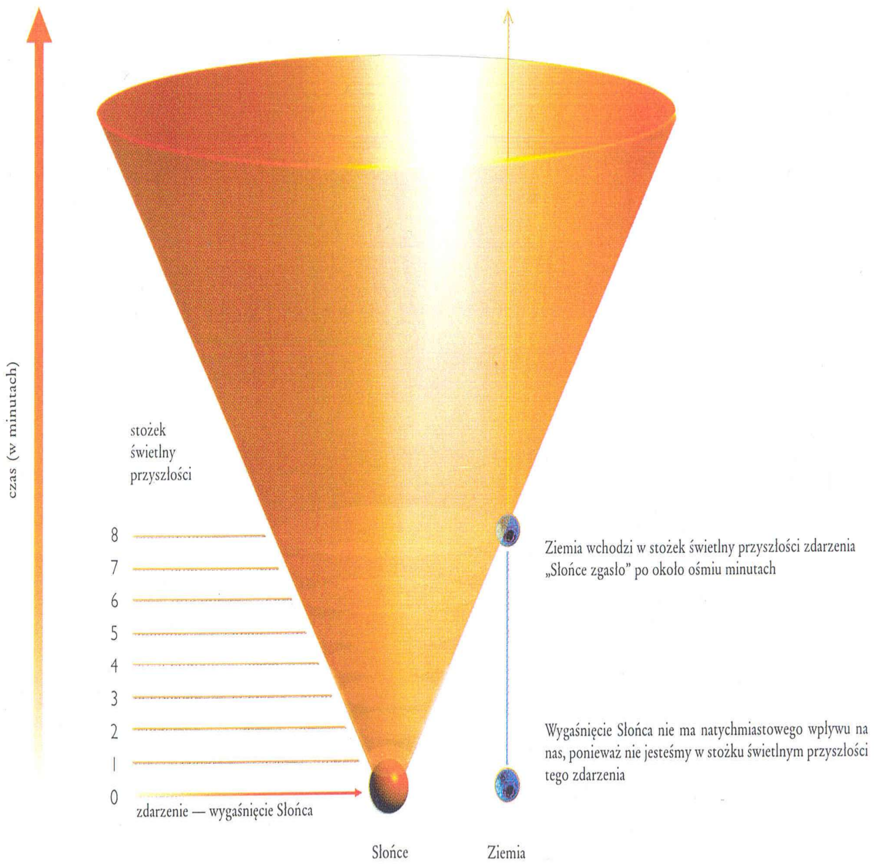
$z' = z$

$t' = (t + xu/c^2) / (1 - u^2/c^2)^{1/2}$

$dx'/dt' = (v + u) / (1 + vu/c^2)$

(sprzeczne z intuicją !)

* Hendrik A. Lorentz



Energia spoczynkowa

$$E_0 = mc^2$$

Reprezentuje sumę wszystkich składowych energii wewnętrznej ciała (energia elektryczna, jądrowa, cieplna (…)).

Masa ciała jest miarą energii w nim zawartej.

MASA i ENERGIA są sobie równoważne.

Po rozpadzie jąder uranu: suma mas spoczynkowych składników jest MNIEJSZA niż masa spoczynkowa początkowego jądra

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

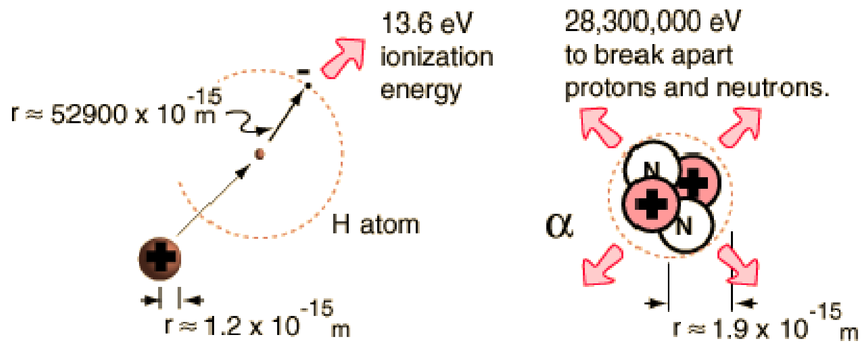
Energia wydzielona w reakcji jądrowej w postaci energii cieplej.

Energia jądrowa

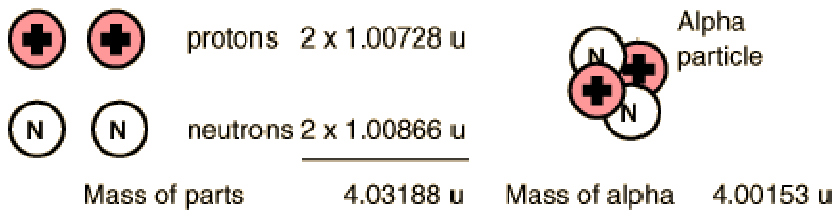
Jądra: protony i neutrony; masa jądra mniejsza od sumy mas indywidualnych protonów i neutronów.

Ta różnica mas jest miarą energii jądrowej scalającej jądro: Δmc^2.

Dla cząstki alfa: $\Delta m = 0.0304u$ co daje energię wiązania 28.3 MeV.



Comparison of atomic and nuclear scales and binding energy



$1\ u = 1.66054 \times 10^{-27}\ kg = 931.494\ MeV/c^2$

Global Positioning System (GPS) 24 satelity na orbicie

20 000 km

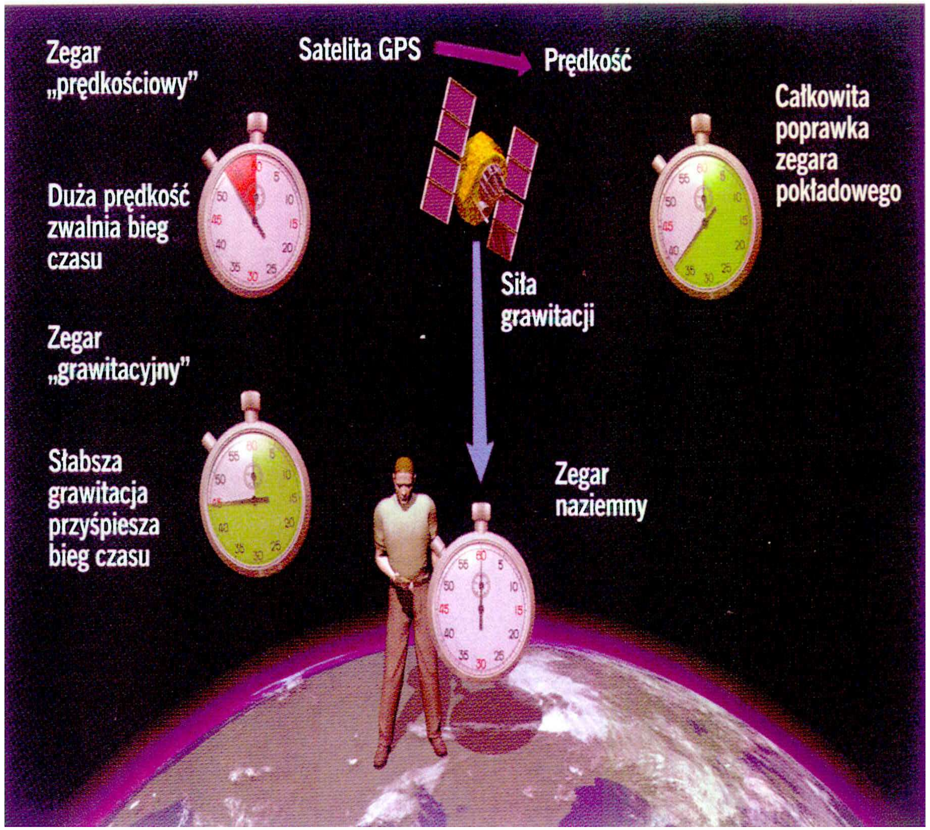
14 000 km/h

Dokł. 5-10 metrów

Ruch (duża prędkość) zegary chodzą wolniej 7μs na sekundę

Mniejsza grawitacja → zegary chodzą szybciej o 45 μs na sekundę

Razem 45 μs -7 μs =38 μs
dokł. tylko ok. 10km



JAK DZIAŁA GPS

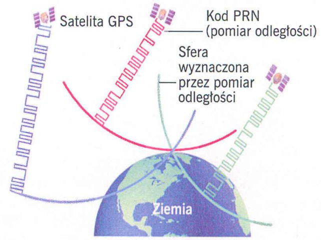
Globalny System Lokalizacji (GPS) to dostępny na całym świecie, oparty na sygnałach radiowych system składający się z 24 satelitów i współpracujących z nimi stacji naziemnych. Stosując analogiczną do triangulacji metodę trilateracji, GPS oblicza współrzędne geograficzne miejsca na Ziemi przez pomiar odległości do co najmniej czterech satelitów. Dokładność pomiaru zależy od wielu czynników.

PRZECINAJĄCE SIĘ SFERY

Przyjmijmy, że odbiornik GPS wylicza odległość do satelity na 22 000 km. Odbiornik musi się zatem znajdować na powierzchni sfery o promieniu 22 000 km, której środkiem jest satelita. Załóżmy, że nasz odbiornik określił również odległości do dwóch innych satelitów odpowiednio na 23 000 i 24 000 km. Pozycja odbiornika musi więc znajdować się na przecięciu trzech sfer. Z zasad geometrii wynika, że trzy sfery mogą mieć nie więcej niż dwa punkty wspólne. Tylko jeden z tych punktów będzie na tyle blisko powierzchni Ziemi, by mógł być pozycją odbiornika.

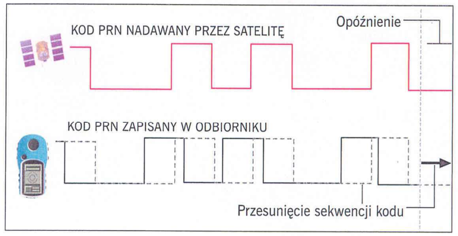
SYGNAŁY TAKTUJĄCE

Określenie odległości do satelity wymaga zmierzenia czasu, jakiego potrzebuje sygnał na dotarcie do odbiornika. Czas ten, pomnożony przez prędkość, daje dystans pokonany przez falę. Prędkość jest znana, bo fale radiowe przemieszczają się z prędkością światła, równą około 300 000 km/s. Problemem jest mierzenie czasu. Ułatwia je pseudolosowy kod taktujący (PRN) – skomplikowany cyfrowy strumień danych. Kod każdego satelity jest niepowtarzalny, dzięki czemu odbiornik nie myli sygnałów.



PRZESUWANIE KODU

Muzyczna analogia pomaga zrozumieć, w jaki sposób kody PRN ułatwiają obliczanie odległości. Przypuśćmy, że satelita i odbiornik równocześnie zaczynają odtwarzać tę samą melodię – kod PRN. Melodia płynąca z kosmosu będzie nieco opóźniona w stosunku do melodii z odbiornika. Mierząc czas, jaki dzieli pojawienie się tej samej nuty (czyli sekwencji kodu PRN) w melodiach z odbiornika i satelity, można określić czas „przelotu" sygnału. Gdy pomnoży się ten czas przez prędkość światła, uzyskuje się odległość do satelity.



SYNCHRONIZACJA ZEGARÓW

Na pokładzie satelitów GPS czas mierzą, niemal idealnie, zegary atomowe, jednakże odbiorniki GPS muszą sobie radzić z tanimi, dużo mniej dokładnymi zegarami kwarcowymi. Wynikające z tego błędy w pomiarze czasu sprawiają, że trzy wspomniane sfery nie przecinają się dokładnie w pozycji odbiornika (*czarne przerywane linie*). Aby zsynchronizować zegar w odbiorniku z zegarami satelitów i w ten sposób skompensować powstały błąd, odbiornik musi wykonać pomiar odległości do czwartego satelity. Ten odczyt daje poprawkę, która sprowadza punkt przecięcia trzech sfer do prawdziwej pozycji odbiornika (*czerwone linie*).